

Pós Graduação em Ciência da Computação  
DCC-831 Tópicos em Ciência da Computação: Programação Não  
Linear Inteira Mista (PNLIM)  
Semestre 2022/1

Prof. Alexandre Salles da Cunha (acunha@dcc.ufmg.br)

14 de Fevereiro de 2022

Dados gerais:

- Formato da disciplina: Presencial.
- Horário da disciplina: Terças e Quintas, de 17:00 às 18:40 horas.
- Público: PPGCC.

Apresentação e objetivos do curso:

O curso trata da teoria e de algoritmos para resolver problemas de otimização envolvendo função objetivo e restrições não lineares, nos quais algumas ou todas as variáveis de decisão devam assumir valores inteiros. Estes problemas retratam diversas aplicações, nas quais as variáveis discretas modelam funções lineares por partes, restrições disjuntivas, custos fixos, economia de escala e não divisibilidade de recursos e fatores de produção, e as variáveis contínuas, por sua vez, retratam propriedades físicas ou a dinâmica de sistemas econômicos ou de Engenharia. Desta forma, o curso também tratará de algumas aplicações destes problemas de otimização, sobretudo na área de projeto de redes, planejamento energético, despacho hidro-térmico, e síntese de processos industriais como, por exemplo, desenho de sistemas de recuperação térmica.

Mais formalmente, investigamos algoritmos para resolver o seguinte Problema de Programação Matemática (PPM):

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & c(x) \leq 0 \\ & x \in X \\ & x_i \in \mathbb{Z}, \quad i \in I \end{aligned}$$

no qual as variáveis  $x_i : i \notin I$  são contínuas, o conjunto  $X$  é poliedral, e as funções  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  e  $c : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  são duas vezes diferenciáveis.

O curso é estruturado em quatro módulos:

- Módulo 1 - Transição de fase da Programação Linear Inteira (PLI). Neste módulo, investigamos problemas de Programação Binária Quadrática, linearizações para estes modelos, relaxações de Programação Semidefinida, e algoritmos para resolução destas relaxações.
- Módulo 2 - PNLIM convexa. Nesta classe, quando relaxamos a integralidade das variáveis  $x_i : i \in I$ , o Problema de Programação Não Linear (PNL)

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & c(x) \leq 0 \\ & x \in X \end{aligned} \tag{1}$$

é convexo.

- Módulo 3 - Classes de algoritmos em PNL particularmente adequados ao uso em PNLIM.
- Módulo 4 - PNLIM não convexa, isto é, quando o problema (1) não é convexo.

### **Ementa:**

Taxonomia da PNLIM. Programação Quadrática, Binária Quadrática, Programação Semidefinida. Software de PNLIM. Outer approximation, decomposição de Benders Generalizada, algoritmos de planos de corte, reformulações de PNLIMs. Abordagens single-tree, multiple-trees. Branch-and-bound espacial, Convexificação. Algoritmos de pontos interiores e programação sequencial quadrática. Programação disjuntiva, logic-based outer approximation.

### **Pré-requisitos:**

Embora alguns aspectos de PLI e PNL serão rapidamente revisados ao longo do curso, é recomendável que o aluno se sinta confortável com o conteúdo das seguintes disciplinas do PPGCC-UFMG:

- DCC807 - Programação Linear.
- DCC808 - Programação Não Linear.
- DCC882 - Otimização Combinatória.

### **Avaliação:**

- Participação na disciplina: 20 pontos.
- Listas de exercícios: 4 listas, 30 pontos no total.
- Seminários: 20 pontos. Os alunos deverão apresentar dois seminários (além do projeto final) sobre algum artigo tratando do conteúdo de um dos quatro módulos. Por exemplo, o artigo pode discutir alguma aplicação interessante dos algoritmos vistos nos módulos.
- Apresentação de 1 trabalho final ou projeto de pesquisa (30 pontos). Os trabalhos/projetos deverão ser apresentados ao final do curso na forma de artigo científico. Também é prevista uma apresentação em sala de aula. O professor poderá propor temas aos interessados.

### Referências Bibliográficas principais:

- Em programação quadrática, binária quadrática e semidefinida, as referências principais serão [9, 5]. Para os demais módulos, as referências principais são a coletânea de contribuições organizada por Lee e Leyffer [10], os livros textos [7, 9, 16, 11, 15] e os artigos [1, 6, 2]. Além desse material, ao longo do curso, serão sugeridos outros artigos cobrindo aplicações específicas de PNLIM.
- Bibliografia de suporte/referência:
  - Programação Não Linear: [12, 3].
  - Programação Linear: [4, 14]
  - Programação Inteira e Semidefinida: [8, 5, 13]

## Referências

- [1] ADJIMAN, C., ANDROULAKIS, I. P., E FLOUDAS, C. A. Global optimization of mixed-integer nonlinear programs. *AIChE Journal* 46 (2000), 1769–1797.
- [2] BELOTTI, P., KIRCHES, C., LEYFFER, S., LINDEROTH, J., LUEDTKE, J., E MAHAJAN, A. Mixed integer nonlinear optimization. *Acta Numerica* (2013), 1–131.
- [3] BERTSEKAS, D. *Nonlinear Programming*, Third ed. Athena Scientific, 2016.
- [4] BERTSIMAS, D., E TSITSIKLIS, J. N. *Introduction to Linear Optimization*. Athena Scientific, 1997.
- [5] BERTSIMAS, D., E WEISMANTEL, R. *Optimization Over Integers*. Dynamic Ideas, 2005.
- [6] BURER, S., E LETCHFORD, A. N. Non-convex mixed integer nonlinear programming: A survey. *Surveys in Operations Research and Management Science* 17 (2012), 97–106.
- [7] FLOUDAS, C. A. *Nonlinear and Mixed-Integer Optimization*. Oxford, 1995.
- [8] HOOKER, J. N. *Integrated Methods for Optimization*. Springer, 2007.
- [9] HORST, R., PARDALOS, P. M., E THOAI, N. V. *Introduction to Global Optimization*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [10] LEE, J., E LEYFFER, S. Mixed integer nonlinear programming, 2012.
- [11] LI, D., E SUN, X. *Nonlinear Integer Programming*. Kluwer Academic Publishers, 2006.
- [12] LUENBERGER, D. *Linear and Nonlinear Programming*. Springer, 2008.
- [13] M. CONFORTI, G. C., E ZAMBELLI, G. *Integer Programming*. Springer, 2014.
- [14] MARTIN, R. *Large Scale Linear and Integer Programming*. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [15] SHERALI, H. D., E ADAMS, W. P. *A Reformulation-Linearization Technique for Solving Discrete and Continuous Nonconvex Problems*. Kluwer Academic Publishers, 2010.
- [16] TAWARMALANI, M., E SAHINIDIS, N. V. *Convexification and Global Optimization in Continuous and Mixed-Integer Nonlinear Programming*. Kluwer Academic Publishers, 2002.