Pós Graduação em Ciência da Computação
DCC-808 Programação Não Linear
Semestre 2023/1

Prof. Alexandre Salles da Cunha (`acunha@dcc.ufmg.br`)

Março de 2023

1 Dados gerais

Esta é uma disciplina é destinada a alunos de pós-graduação em Ciência da Computação e áreas correlatas, sendo vedada a matrícula de alunos de graduação.

Dias: Terças e quintas feiras, de 13:00 às 14:40.
Modalidade: Presencial.

2 Objetivos do curso

- Apresentar a teoria que fundamenta várias classes de algoritmos de otimização para problemas não lineares, convexos ou não.
- Apresentar alguns dos principais algoritmos para a resolução de problemas de otimização não-linear, diferenciáveis, convexos ou não. O caso não diferenciável não será tratado.

Observação: Não serão discutidos algoritmos de otimização global para o caso diferenciável não convexo. Para estes problemas, os algoritmos abordados no curso fornecem soluções ótimas locais.

3 Plano de Curso

A primeira parte do curso apresenta uma revisão de conceitos matemáticos importantes em otimização: Álgebra Linear Computacional e Análise Convexa. Em seguida, são apresentadas condições necessárias e suficientes para otimalidade para problemas de otimização não linear irrestritos diferenciáveis, bem como algoritmos (Gradiente, Newton, Direções Conjugadas, Quasi-Newton) para esta classe de problemas. Na sequência, são discutidas condições de regularidade, condições necessárias e suficientes para otimalidade local de problemas de otimização não linear, diferenciáveis, sujeitos à restrições de desigualdades e de igualdades. Também é discutida Teoria da Dualidade (Lagrangeana e de Fenchel). Por fim, são apresentados os algoritmos dedicados à resolução de problemas de otimização não linear com restrições: Métodos primais (Gradiente Condicional, Projeção do Gradiente, Simplex convexo), métodos baseados em penalidades exterior e interior (penalidades, penalidades exatas, barreira, pontos interiores) e métodos baseados em multiplicadores de Lagrange (Método do Lagrangeano Aumentado).

Parte 1 Revisão de fundamentos matemáticos (aprox. 6 aulas)

  - Álgebra Linear Computacional

– Conjuntos e funções convexas

Parte 2 Otimização não-linear irrestrita (aprox. 10 aulas)

- Condições necessárias e suficientes de otimalidade para problemas irrestritos e sobre convexos.
- Métodos do tipo Gradiente
- Método de Newton, Métodos Quasi-Newton
- Métodos de Direções conjugadas, Gradiente Conjungado
- Análise de ordem e taxa de convergência destes métodos para o caso quadrático convexo.

Parte 3 Otimização não linear com restrições (aprox. 10 aulas):

- Condições necessárias e suficientes para problemas com restrições de igualdade e desigualdade.
- Métodos primais
- Dualidade Lagrangeana
- Condições de Slater
- Funções conjugadas
- Programação Quadrática Sequencial (SQP)
- Métodos de Penalidades
- Métodos de Pontos Interiores
- Método do Lagrangeano Aumentado

4 Bibliografia

O curso cobre o material apresentado no livro [7] e utiliza como referência complementar principal em Álgebra Linear Computacional o livro [8]. Estes dois textos são consagrados na literatura de Programação Matemática.

Os slides do curso são baseados em três livros clássicos de Programação Não Linear [2, 1, 7] e no livro de Otimização Convexa [4]. Os livros citados também cobrem, seja em seus capítulos introdutórios ou em seus apêndices, uma boa revisão dos conceitos matemáticos necessários. Para a parte de Álgebra Linear Computacional, Análise Convexa e Cálculo, são sugeridos como referências complementares os livros [8, 9], [6, 3] e [5], respectivamente.

5 Avaliação

- Participação na disciplina: 20 pontos.
- 3 listas de exercícios totalizando 40 pontos.
- Uma prova final, 20 pontos.
- Um trabalho de implementação de um tema de pesquisa ou de interesse do aluno ou do professor, 20 pontos.

Referências

[1] Bazaraa, M., Sherali, H., e Shetty, C. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*, Third ed. Wiley-Interscience, 2006.

[2] Bertsekas, D. *Nonlinear Programming*, Third ed. Athena Scientific, 2016.

[3] Bertsekas, D. P. *Convex Optimization Theory*. Athena Scientific, 2009.

[4] Boyd, S., e Vanderberghe, L. *Convex Optimization.* Cambridge University Press, 2007. http://www.stanford.edu/∼boyd/cvxbook/.

[5] Buck, R. C. *Advanced Calculus.* Waveland Pr Inc, 2003. Third edition.

[6] Hiriart-Urruty, J., e Lemaréchal, C. *Fundamentals of Convex Analysis*, 2nd ed. Springer, 2004.

[7] Luenberger, D. *Linear and Nonlinear Programming.* Springer, 2008.

[8] Trefethen.L and Bau III, D. *Numerical Linear Algebra.* SIAM, 1996.

[9] Watkins, D. S. *Fundamentals of Matrix Computations.* Wiley, 2010.