

Pós Graduação em Ciência da Computação
Linha de Pesquisa: Otimização
Programação Linear

Alexandre Salles da Cunha
Professor Titular
Departamento de Ciência da Computação
Universidade Federal de Minas Gerais
acunha@dcc.ufmg.br

Fevereiro 2025

1 Objetivos do curso

Apresentar os fundamentos de Programação Linear, visando capacitar o aluno de Pós-Graduação em Ciência da Computação a desenvolver pesquisa em Programação Matemática, com ênfase em Otimização Linear de grande porte.

2 Plano de Curso

1. Fundamentos matemáticos (4 aulas)
 - (a) Conceitos de Análise Convexa (2 aulas)
 - (b) Revisão de Álgebra Linear (2 aulas)
2. Fundamentos de Programação Linear (aprox. 13 aulas)
 - (a) Definição do Problema, formas canônicas e padrão (1 aula).
 - (b) Projeção e Eliminação de Fourier-Motzkin (2 aulas)
 - (c) Dualidade via Projeção, Teoremas das Alternativas (1 aula)
 - (d) Geometria da Programação Linear (3 aulas)
 - (e) Método Simplex (2 aulas)
 - (f) Dualidade em Programação Matemática e Dualidade em Programação Linear (2 aulas)
 - (g) Análise de Sensibilidade (1 aula)
 - (h) Dual Simplex (1 aula)
3. Métodos de Decomposição (6 aulas)
 - (a) Decomposição de Dantzig-Wolfe em Programação Linear (2 aulas)

- (b) Geração de Colunas em Programação Inteira (2 aulas)
 - (c) Decomposição de Benders (2 aulas)
4. Problemas de Fluxo em Redes e Formulações Integrais (4 aulas)
 - (a) Total Unimodularidade
 - (b) Fluxo de Custo Mínimo
 - (c) Emparelhamentos em Grafos Bipartidos
 - (d) Emparelhamentos em Grafos Gerais
 - (e) Árvores Geradoras Mínimas
 5. Conceitos básicos de Algoritmos de Pontos Interiores (2 aulas)

3 Referências Bibliográficas

As referências principais são os livros textos de Bertsimas e Tsitsiklis [4], Vanderbei [14], Chvátal [5] e Martin [11]. Além delas, alguns clássicos merecem ser citados como fontes auxiliares: Lasdon [10], Dantzig [6, 7, 8], Ziegler [15] e Grünbaum [9]. Para a parte de Fluxo em Redes, as referências principais são as seguintes, além das já citadas para Programação Linear: [1, 3, 2].

4 Avaliação - Semestre 2025/1

1. 2 avaliações individuais, 30 pontos cada. A primeira ocorrerá após a apresentação do Método Dual Simplex. A segunda avaliação ocorrerá ao final do curso.
2. 1 Trabalho de Implementação de um Algoritmo de Geração de Colunas ou Benders a ser discutido/definido com o professor. 20 pontos.
3. Resumo dos artigos [12, 13], no início e ao final do curso. 5 pontos. No primeiro resumo de cada artigo (1 folha A4, no máximo), o aluno deve apresentar o que entendeu e, eventualmente, o que não entendeu do trabalho. Ao final do semestre, deverá fazer uma segunda leitura, produzindo a atualização do primeiro resumo de cada um dos dois artigos.
4. Listas de Exercícios: 15 pontos.

Referências

- [1] AHUJA, R. K., ORLIN, J. B., E MAGNANTI, T. *Network Flows: Theory, Algorithms and Applications*. Prentice Hall, 1993.
- [2] BAZARAA, M. S., JARVIS, J. J., E SHERALI, H. D. *Linear Programming and Network Flows*. John Wiley and Sons, 1990.
- [3] BERTSEKAS, D. P. *Network Optimization: Continuous and Discrete Models*. Athena Scientific, 1998.
- [4] BERTSIMAS, D., E TSITSIKLIS, J. N. *Introduction to Linear Optimization*. Athena Scientific, 1997.
- [5] CHVÁTAL, V. *Linear Programming*. Freeman, 1983.
- [6] DANTZIG, G. *Linear Programming and Extensions*. Princeton, 1963.
- [7] DANTZIG, G., E THAPA, M. *Linear Programming I: Introduction*. Springer, 1997.
- [8] DANTZIG, G., E THAPA, M. *Linear Programming II: Theory and Extensions*. Springer, 1997.
- [9] GRUNBAUM, B. *Convex Polytopes*, 2nd ed. Springer, 2003.
- [10] LASDON, L. *Optimization Theory for Large Systems*. Macmillan Company, New York, 1970.
- [11] MARTIN, R. *Large Scale Linear and Integer Programming*. Springer, 1998.
- [12] MORAIS, V., DA CUNHA, A. S., E MAHEY, P. A branch-and-cut-and-price algorithm for the stackelberg minimum spanning tree game. *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 52 (2016), 309–316.
- [13] PEREIRA, D. L., E SALLES DA CUNHA, A. Dynamic intersection of multiple implicit dantzig–wolfe decompositions applied to the adjacent only quadratic minimum spanning tree problem. *European Journal of Operational Research* 284, 2 (2020), 413–426.
- [14] VANDERBEI, R. *Linear Programming: Foundations and Extensions*. Springer, 1997.
- [15] ZIEGLER, G. M. *Lectures on Polytopes*. Springer, 1995.